

PROBLEMI FONDAMENTALI CON LE FRAZIONI/RAPPORTI

Le frazioni hanno applicazioni in moltissimi problemi.

I tipi di problemi più frequenti sono:

1. Calcolare la frazione di un numero
2. Calcolare un numero conoscendo il valore di una sua frazione
3. Calcolare due numeri conoscendo la loro **somma** e il loro **rapporto**, cioè sapendo che uno è una frazione dell'altro
4. Calcolare due numeri conoscendo la loro **differenza** e il loro **rapporto**, cioè sapendo che uno è una frazione dell'altro.

1 . CALCOLARE LA FRAZIONE DI UNA GRANDEZZA O DI UN NUMERO:

QUESTO TIPO DI PROBLEMA È CHIAMATO **PROBLEMA DIRETTO**.

Esempio:

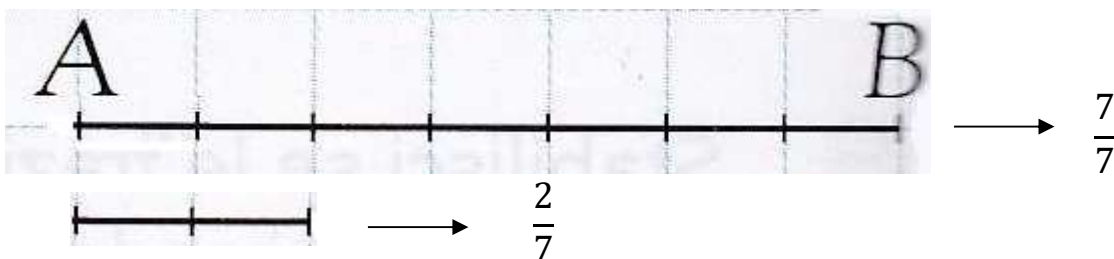
ALCUNI OPERAI HANNO COSTRUITO I $\frac{2}{7}$ DI UN'AUTOSTRADA LUNGA **700 Km**.

QUANTO È LUNGO IL TRATTO COSTRUITO?

RAPPRESENTIAMO IL PROBLEMA GRAFICAMENTE MEDIANTE UN SEGMENTO.

IL SEGMENTO AB È L'INTERO DI CUI VOGLIAMO CALCOLARE UNA PARTE, I **DUE SETTIMI**.

AB È SUDDIVISO IN SETTE PARTI CONGRUENTI.



DIVIDIAMO L'INTERO PER 7 OTTENENDO IL VALORE DI $\frac{1}{7}$

$$700 : 7 = 100 \text{ km} \longrightarrow \text{100}$$

MOLTIPLICHIAMO A QUESTO PUNTO PER 2 E OTTENIAMO I $\frac{2}{7}$:

$$100 \times 2 = 200 \text{ km}$$

NOTA BENE :

IL PROBLEMA SI PUÒ RISOLVERE MOLTIPLICANDO L'INTERO PER LA FRAZIONE:

$$700 \times \frac{2}{7} = \frac{700 \times 2}{7} = 200 \text{ Km}$$

IL TRATTO COSTRUITO È LUNGO **200 Km**

2. CALCOLARE UN NUMERO, CIOÈ L'INTERO, QUANDO È NOTA

UNA SUA PARTE SOTTO FORMA DI FRAZIONE:

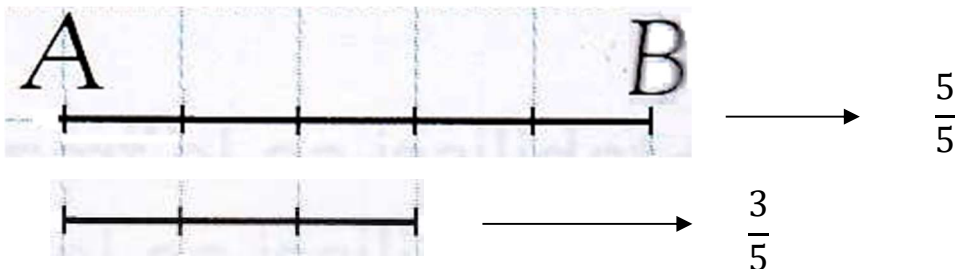
QUESTO TIPO DI PROBLEMA È CHIAMATO **PROBLEMA INVERSO**

Esempio:

72 cm² CORRISPONDONO AI $\frac{3}{5}$ DELL'AREA DI UN RETTANGOLO.

CALCOLA L'AREA DEL POLIGONO.


IL SEGMENTO AB È L'INTERO, RAPPRESENTA CIOÈ I $\frac{5}{5}$.



DI ESSO CONOSCIAMO UNA PARTE, I TRE QUINTI.

DIVIDIAMO A QUESTO PUNTO 72 PER 3

$$72 : 3 = 24 \text{ cm}^2$$

OTTENIAMO IL VALORE DI $\frac{1}{5}$ → 24 cm² 

POICHÉ L'INTERO È FORMATO DA $\frac{5}{5}$ MOLTIPLICHIAMO 24, CORRISPONDENTE A $\frac{1}{5}$, PER 5 :

$$24 \times 5 = 120 \text{ cm}^2$$

L'AREA DEL RETTANGOLO È DI 120 cm²

NOTA BENE:

IL PROBLEMA SI PUÒ RISOLVERE DIVIDENDO LA PARTE FRAZIONARIA DEL NUMERO O DELLA GRANDEZZA PER LA FRAZIONE:

$$72 : \frac{3}{5} = 72 \times \frac{5}{3} = \frac{72 \times 5}{3} = 120 \text{ cm}^2$$

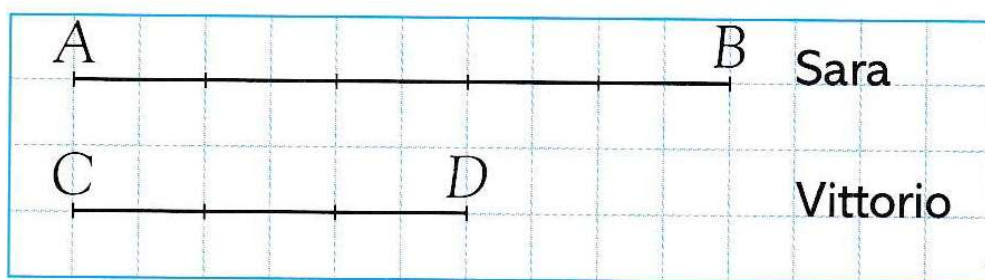
3. CALCOLARE IL VALORE DI DUE NUMERI (O DI DUE GRANDEZZE) QUANDO SI CONOSCE LA LORO SOMMA E IL LORO RAPPORTO, CIOÈ QUANDO UNO DI ESSI È FRAZIONE DELL'ALTRO.

Esempio:

SARA E VITTORIO HANNO COMPLESSIVAMENTE 48 POSTER .

VITTORIO NE HA I $\frac{3}{5}$ DI QUELLI DI SARA.

QUANTI POSTER HA CIASCUNO DEI DUE AMICI?



IL SEGMENTO SOMMA È FORMATO DA $5 + 3 = 8$ PARTI UGUALI.

N. B.

8 SI OTTIENE SOMMANDO IL NUMERATORE E IL DENOMINATORE DELLA FRAZIONE



DIVIDENDO 48 PER 8 CALCOLIAMO IL NUMERO CHE CORRISPONDE A $\frac{1}{8}$ DI 48

$$48 : 8 = 6 \longrightarrow \overbrace{\hspace{2cm}}^6$$

A QUESTO PUNTO MOLTIPLICHIAMO PER **3** (NUMERATORE FRAZIONE) E OTTENIAMO IL NUMERO DEI POSTER DI VITTORIO.

$$6 \times 3 = 18$$

MOLTIPLICHIAMO POI PER **5** (NUMERATORE FRAZIONE) E OTTENIAMO NUMERO DEI POSTER DI SARA: $6 \times 5 = 30$

VITTORIO HA **18** POSTER, SARA HA **30** POSTER

RICORDA:

IL NUMERO DI POSTER DI VITTORIO E QUELLI DI SARA SONO NEL RAPPORTO $\frac{3}{5}$. DUNQUE IL NUMERO DEI POSTER DI VITTORIO FRATTO IL NUMERO DEI POSTER DI SARA È UNA FRAZIONE EQUIVALENTE A $\frac{3}{5}$.

$$\text{INFATTI: } \frac{3}{5} = \frac{18}{30} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Vittorio} \\ \longrightarrow \text{Sara} \end{array} \quad \text{cioè } 3 : 5 = 18 : 30$$

$$\text{oppure } 0,6 = 0,6$$

POSSIAMO OSSERVARE CHE:

PER CALCOLARE DUE NUMERI DEI QUALI SI CONOSCE LA **SOMMA (48)** E IL **RAPPORTO**

$(\frac{3}{5})$ BASTA DIVIDERE LA SOMMA CONOSCIUTA PER LA SOMMA TRA NUMERATORE E DENOMINATORE DELLA FRAZIONE ($3 + 5 = 8$).

$$48 : 8 = 6$$

A QUESTO PUNTO MOLTIPLICHIAMO IL QUOZIENTE OTTENUTO (**6**)

PER IL **NUMERATORE** DELLA FRAZIONE $6 \times 3 = 18$ E

PER IL **DENOMINATORE** $6 \times 5 = 30$

- 4.** CALCOLARE IL VALORE DI DUE NUMERI (O DI DUE GRANDEZZE) QUANDO SI CONOSCE LA LORO **DIFFERENZA** E IL LORO **RAPPORTO**, CIOÈ QUANDO UNO DI ESSI È FRAZIONE DELL'ALTRO

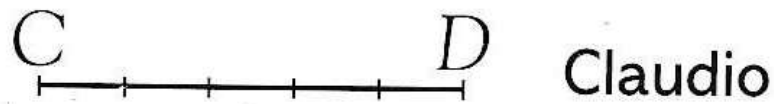
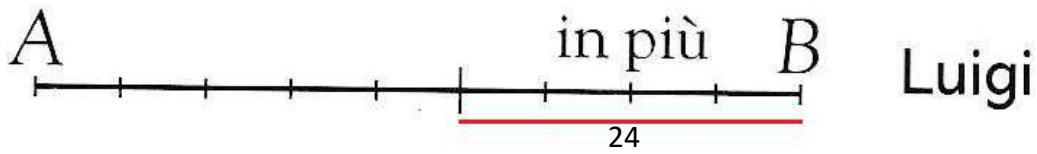
Esempio:

LUIGI HA 24 FIGURINE DI CALCIATORI IN PIÙ RISPETTO A CLAUDIO.

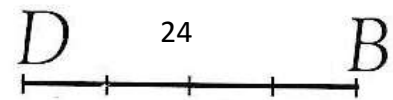
LE FIGURINE DI CLAUDIO SONO I $\frac{5}{9}$ DI QUELLE DI LUIGI.

QUANTE FIGURINE POSSIEDE CIASCUNO DEI DUE AMICI?

24 È LA DIFFERENZA DI FIGURINE POSSEDUTE DAI DUE AMICI



RAPPRESENTAIMO IL SEGMENTO DIFFERENZA



LA DIFFERENZA DELLE FIGURINE È COSTITUITA DA $9 - 5 = 4$ PARTI UGUALI

NOTA BENE:

4 SI OTTIENE SOTTRAENDO DAL DENOMINATORE DELLA FRAZIONE IL SUO NUMERATORE.

DIVIDIAMO PER 4 LA DIFFERENZA DELLE FIGURINE, **24**, E OTTENIAMO:

$$24 : 4 = 6 \longrightarrow \text{---} \overset{6}{\text{---}}$$

A QUESTO PUNTO MOLTIPLICHIAMO PER **5** (**NUMERATORE** FRAZIONE)

E OTTENIAMO IL NUMERO DI FIGURINE DI CLAUDIO

$$6 \times 3 = 18$$

MOLTIPLICHIAMO POI PER **9** (**DENOMINATORE** FRAZIONE)

E OTTENIAMO NUMERO DI FIGURINE DI LUIGI $6 \times 9 = 54$

CLAUDIO HA 18 FIGURINE, LUIGI HA 54 FIGURINE

POSSIAMO OSSERVARE CHE:

PER CALCOLARE DUE NUMERI DEI QUALI SI CONOSCE LA **DIFFERENZA (24)** E IL **RAPPORTO** $(\frac{5}{9})$ DIVIDIAMO LA DIFFERENZA CONOSCIUTA PER LA DIFFERENZA TRA DENOMINATORE E NUMERATORE DELLA FRAZIONE ($9 - 5 = 4$).

$$24 : 4 = 6$$

A QUESTO PUNTO MOLTIPLICHIAMO IL QUOZIENTE OTTENUTO, **6**, PER

IL **NUMERATORE** DELLA FRAZIONE $6 \times 5 = 30$

E PER IL **DENOMINATORE** $6 \times 9 = 54$

RICORDA :

SE IL NUMERATORE È MAGGIORE DEL DENOMINATORE LA DIFFERENZA È TRA IL NUMERATORE E IL DENOMINATORE.

Ricordiamo infine un particolare tipo di problemi:

CALCOLARE DUE NUMERI O DUE GRANDEZZE QUANDO SI CONOSCE LA LORO SOMMA E LA LORO DIFFERENZA:

LA **SOMMA** DI DUE NUMERI È **42**.

LA LORO **DIFFERENZA** È **6**.

QUALI SONO I DUE NUMERI ?

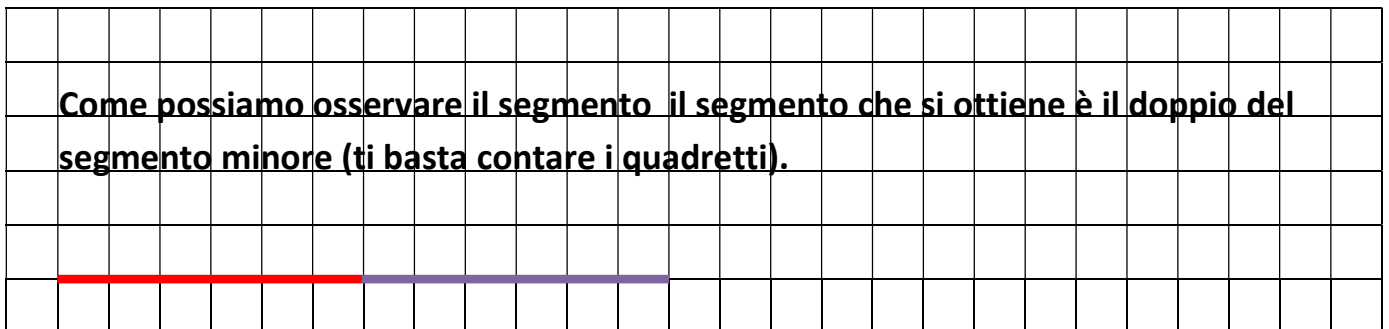
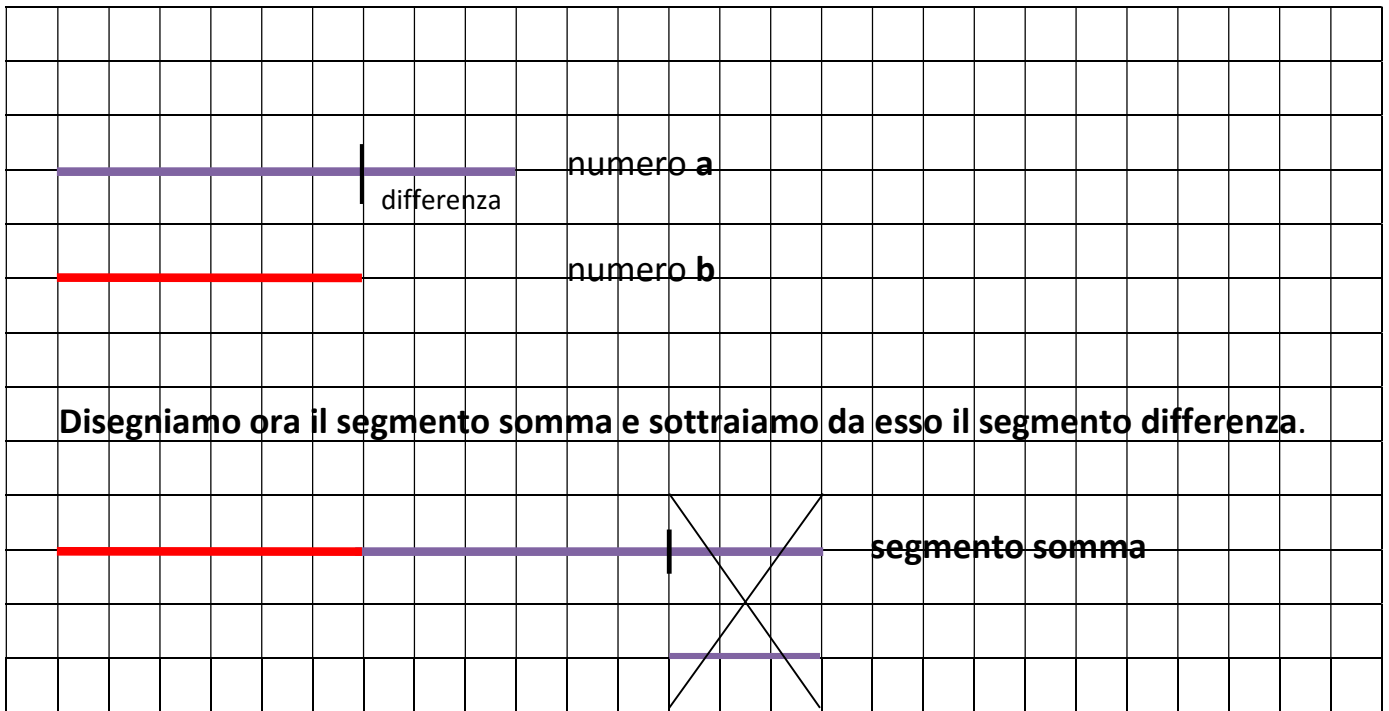
a = primo numero con $a > b$

b = secondo numero

$$a + b = 42 \longrightarrow S$$

$$a - b = 6 \longrightarrow D$$

Ancora una volta utilizziamo i segmenti:



PER CALCOLARE **b** dunque $\longrightarrow (S - D) : 2 = (42 - 6) : 2 = 36 : 2 = 18$ numero **b**

A questo punto $42 - 18 = 24$ numero **a**

I DUE NUMERI SONO 24 e 18.

SE INVECE SOMMI IL SEGMENTO SOMMA AL SEGMENTO DIFFERENZA OTTIENI UN SEGMENTO DOPPIO RISPETTO AL SEGMENTO MAGGIORE.

STAVOLTA CALCOLERAI PRIMA IL NUMERO MAGGIORE.

PER CALCOLARE **a** $\longrightarrow (S + D) : 2 = (42 + 6) : 2 = 48 : 2 = 24$ numero **a**

Per differenza **b** sarà:

$42 - 24 = 18$ numero **b**