RADICI E NUMERI IRRAZIONALI

1. Che cosa vuol dire estrarre la radice quadrata di un numero?

Estrarre la radice quadrata di un numero vuol dire calcolare quel numero, che elevato al quadrato, dà per risultato il radicando; dunque l'estrazione di radice quadrata è un'operazione inversa dell'elevamento al quadrato.

indice

$\sqrt[2]{64}$ = si legge radice quadrata di 64; l'indice 2 si omette

radicando

$\sqrt{64} = 8 \longrightarrow$ radice perché $8^2 = 64$

N.B.

$\sqrt{\mathbf{1}} = \mathbf{1}$ $\sqrt{\mathbf{0}} = \mathbf{0}$

Ricorda:

La potenza con esponente **2** di un numero si chiama **quadrato** del numero, questo perché per calcolare l'area di un quadrato si eleva alla seconda la lunghezza del lato.

Il quadrato di 6 è 36 perche $6^2 = 36$

2. Proprietà della radice quadrata

La radice quadrata di un prodotto è il prodotto delle radici quadrate dei suoi fattori:

$\sqrt{49 \times 81} = \sqrt{49} \times \sqrt{81} = 7 \times 9 = 63$

La radice quadrata di un quoziente è il quoziente delle radici quadrate dei suoi termini.

$\sqrt{144 : 9} = \sqrt{144} : \sqrt{9} = 12 : 3 = 4$

La radice quadrata di una potenza con esponente pari è la potenza con l'esponente dimezzato:

$\sqrt{5^2} = 5^{2:2} = 5^1$ $\sqrt{15^4} = 15^{4:2} = 15^2$

La radice quadrata di una frazione è uguale alla radice quadrata di un quoziente, cioè è uguale al quoziente delle radici di numeratore e denominatore.

$$\sqrt{\frac{121}{144}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}} = \frac{11}{12}$$

3. Radice quadrata e quadrati perfetti

La scomposizione in fattori primi di un quadrato perfetto dà origine a fattori con esponenti pari:

Es.: 144 = 2^4 x 3^2

Per calcolare la radice quadrata di un quadrato perfetto dunque conviene scomporlo in fattori primi.

$$\sqrt{144} = \sqrt{2^4 \times 3^2} = \sqrt{2^4} \times \sqrt{3^2} = 2^{4:2} \times 3^{2:2} = 2^2 \times 3^1 = 4 \times 3 = 12$$

Per estrarre la radice quadrata di un numero naturale, dunque è conveniente prima scomporlo in fattori primi ricordando che la radice quadrata di un fattore con esponente pari è lo stesso fattore con esponente dimezzato, invece per calcolare la radice quadrata di un fattore con esponente dispari puoi procedere secondo l'esempio:

$$\sqrt{7^5} = \sqrt{7^4 \times 7} = \sqrt{7^4} \times \sqrt{7} = 7^2 \times \sqrt{7}$$

4. I numeri reali

Poiché la maggior parte dei numeri non sono quadrati perfetti è utile calcolare la **radice quadrata approssimata.**

Vogliamo calcolare la radice quadrata del numero 35.

Non esiste nessun numero che elevato al quadrato dà 35,
Se consultiamo le tavole numeriche

$$\boldsymbol{\sqrt{35} = 5,9161}$$

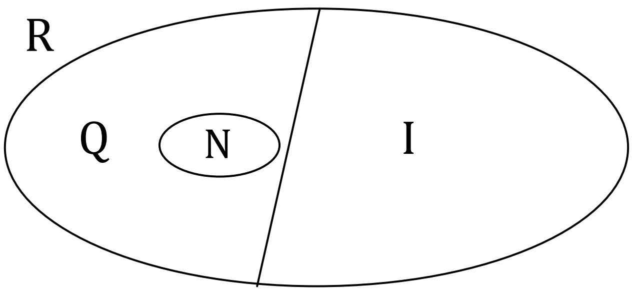
Solo per comodità la radice ci viene indicata con quattro cifre decimali, in realtà le cifre decimali sono illimitate e il numero non ha periodo. Infatti la radice quadrata di un numero che non è un quadrato perfetto **non** è un numero naturale, ma è **sempre** un **numero decimale illimitato non periodico,** un numero chiamato **NUMERO IRRAZIONALE.**

RICORDA:

I numeri decimali illimitati non periodici non possono essere trasformati in frazioni perché non sono né numeri naturali, né decimali limitati, né decimali illimitati periodici; per questo si chiamano numeri irrazionali.
I numeri razionali invece sono tutti i numeri che possono essere trasformati in frazioni.

Se consideriamo assieme numeri razionali e numeri irrazionali, parliamo di numeri reali.

La rappresentiamo mediante diagramma di Eulero-Venn dei numeri finora studiati è la seguente:



I = numeri irrazionali
N = numeri naturali, cioè interi
Q = numeri razionali, cioè tutti i numeri che possono essere scritti in forma di frazione, quindi:

- **numeri naturali**
- **decimali limitati**
- **decimali periodici**

L'insieme dei numeri reali **R è** l'insieme costituito dai numeri razionali e irrazionali.
Ricordiamo che i numeri che abbiamo studiato finora sono numeri positivi, cioè **assoluti.**

5. Radice quadrata approssimata

Vogliamo calcolare la radice quadrata di 35.
Sappiamo che **35** è compreso tra due quadrati perfetti, **25** e **36**.

$$25 < 35 < 36$$

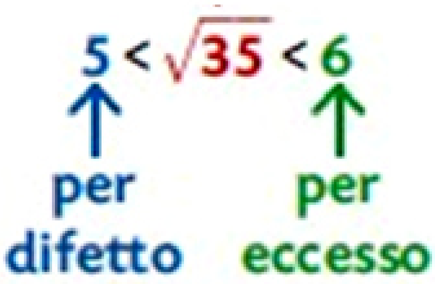
Cioè

$$25 < 35 < 36$$

$$\downarrow$$

$$5^2 < \sqrt{35} < 6^2$$

Poiché 35 è più vicino a 36 che a 25, allora possiamo dire che la radice quadrata di 35 **approssimata alle unità** o **approssimata a meno di una unità** è 6, cioè la radice approssimata per eccesso perché $36 > 35$



Qualche volta potremmo decidere di approssimare ai decimi

0.1 → Approssimazione ai decimi

$$\sqrt{35,16} = 5,9$$

Dobbiamo ricordare che la radice approssimata ai decimi è un numero con una sola cifra decimale, dunque il radicando deve avere due cifre decimali; in questo caso il numero ha già due cifre decimali.

Calcoliamo ora la radice quadrata approssimata ai centesimi del numero 45,6

0.01 → Approssimazione ai centesimi

$$\sqrt{45,6} =$$

Se si vuole approssimare ai centesimi occorreranno quattro cifre dopo la virgola, quindi aggiungiamo tre zeri.

0.01

$$\sqrt{45,6000} = 675,28$$

6. Metodi di calcolo: l'uso delle tavole

Sulle tavole numeriche troviamo la radice di numeri naturali minori o uguali a 1000.

Per i numeri tra 1001 e 1000000, dobbiamo guardare la seconda colonna, quella dei quadrati: se è un quadrato perfetto, la sua radice si legge nella prima colonna.

Se non è un quadrato perfetto, leggiamo nella seconda colonna nelle due righe consecutive i due quadrati perfetti tra i quali è compreso:
un numero più piccolo e uno più grande del numero che stiamo cercando.

A questo punto calcoliamo la radice approssimata per difetto oppure la radice approssimata per eccesso.

Puoi consultare le tavole numeriche anche per calcolare la radice quadrata di numeri decimali che senza la virgola sarebbero quadrati perfetti.

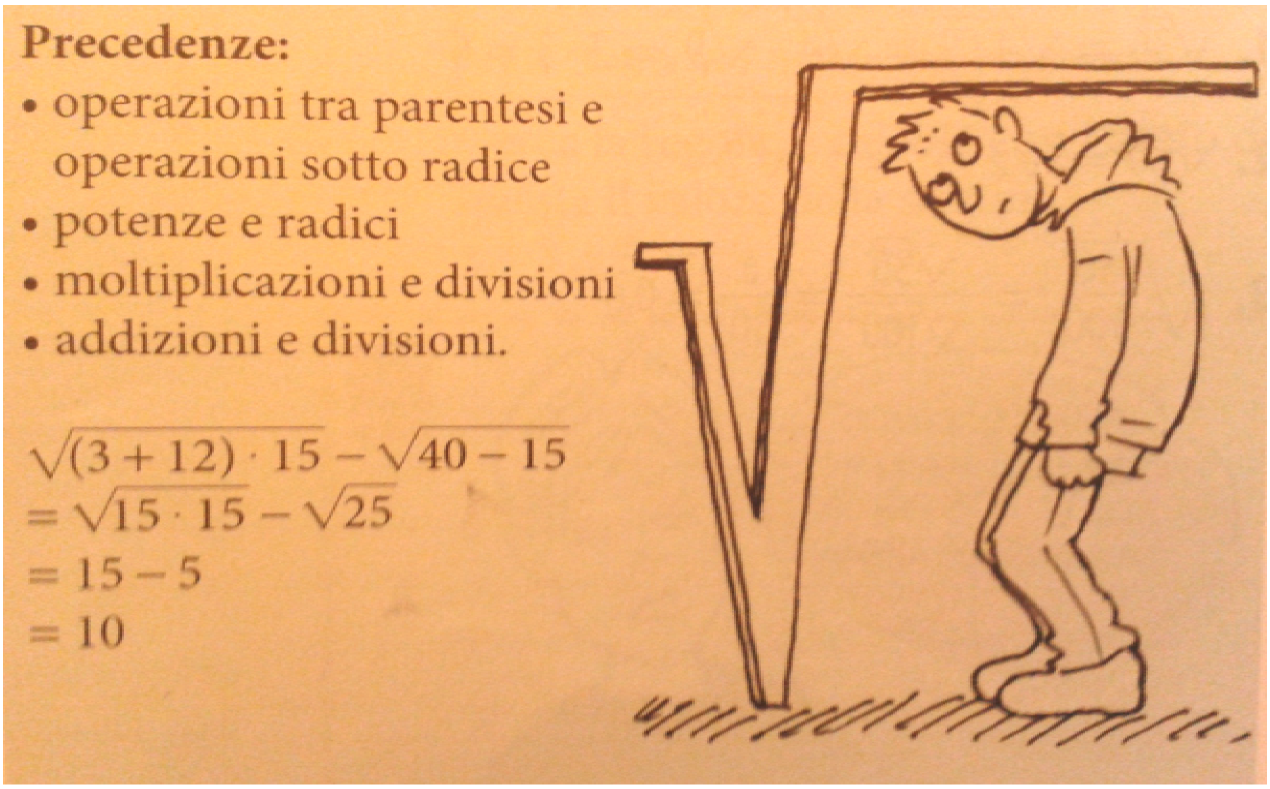
Es.: $\sqrt{7{,}29} = 2{,}7$

Il numero 729 è presente nella seconda colonna, la radice di 729 si legge nella prima colonna: $\sqrt{729} = 27$, quindi la radice di 7,29 sarà 2,7.

Devi solo ricordare che se il radicando ha due cifre decimali, la radice ne avrà una, se il radicando ha quattro cifre decimali il radicando ne avrà due, ecc.

7. Espressioni con le radici quadrate

Per risolvere espressioni con radici devi procedere rispettando le regole
sulla precedenza delle operazioni.



Precedenze:
- operazioni tra parentesi e operazioni sotto radice
- potenze e radici
- moltiplicazioni e divisioni
- addizioni e divisioni.

$\sqrt{(3+12)\cdot 15} - \sqrt{40-15}$
$= \sqrt{15\cdot 15} - \sqrt{25}$
$= 15 - 5$
$= 10$